Beschreibung
PROGRAMMKASSETTE R 0152
WISSENSCHAFT UND TECHNIK
KLEINCOMPUTER robotron Z 9001

Die Seite A der PROGRAMMKASSETTE R 0152 enthält 2 BASIC-Programme zur Lösung linearer Gleichungssysteme und 1 BASIC-Programm zur linearen Regression.
Für alle 3 Programme ist ein RAM-Erweiterungsmodul oder der BASIC-Zusatzmodul notwendig.
Die Seite B können Sie für eigene Programme verwenden

Kassetteninhalt (Seite A)

Programm -name	Kurzbezeichnung	Länge, ca (byte)	Zählerstand[1)]
R+LINGEN	Lösungen linearer Gleichungssysteme	9200	………
R+LINSYM	Lösungen linearer symmetrischer Gleichungssysteme	9300	………
R+LINREG	Lineare Regression	9100	………
R+LINGEN	Lösungen linearer Gleichungssysteme	9200	………
R+LINSYM	Lösungen linearer symmetrischer Gleichungssysteme	9300	………
R+LINREG	Lineare Regression	9100	………

Das Laden eines BASIC-Anwenderprogramms in den Computer ist im Abschnitt 3.3 des Programmierhandbuches beschrieben.

[1)] Bitte den jeweiligen Zählerstand selbst ermitteln und eintragen.
Der Programmanfang ist am Vorton (etwa 5 Sekunden) der Programme zu erkennen.

8/85a VEB ROBOTRON-MESSELEKTRONIK >OTTO SCHÖN< DRESDEN
DDR-8012 Dresden, Lingnerallee 3, Postschließfach 211

R+LINGEN

Kurzbezeichnung:

Lösen linearer Gleichungssysteme mit allgemeiner quadratischer Matrix. Berechnung der inversen Matrix und der Determinante.

Voraussetzungen:

BASIC-ROM-Modul bzw. ein RAM-Erweiterungsmodul

Inhaltsbeschreibung

Mit dem Programm können numerische Lösungen der linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ bzw. $A^T x = b$, die inverse Matrix zu A sowie die Determinante von A berechnet werden. Dabei wird zunächst die quadratische Matrix A nach einem GAUSSschen Algorithmus mit Spaltenpivotisierung und vollständiger Zeilenäquilibrierung faktorisiert. Danach können die genannten vier Aufgaben in beliebiger Reihenfolge und beliebig oft ausgewählt werden, wobei die sukzessive Bearbeitung mehrerer rechter Seiten b möglich ist. Bei der Lösung linearer Gleichungssysteme ist jeweils eine iterative Nachkorrektur der ermittelten Näherungslösung vorgesehen.

Hinweise zur Programmabarbeitung

- Alle Eingaben sind mit dem Drücken der Taste ENTER abzuschließen. Erscheint auf einem Bild rechts unten die Aufforderung >ENTER< , so wird das Programm erst nach der Betätigung der Taste ENTER fortgesetzt.

- Das Programm signalisiert logisch falsche bzw. unsachgemäße Eingaben und erwartet anschließend eine sinnvolle Antwort.

- Nach der Eingabe der Dimension ($n \leq 20$) der Matrix A sind die Elemente der Matrix zeilenweise bzw. spaltenweise einzugeben. Ist die Matrix vollständig eingegeben, wird sie zeilen- bzw. spaltenweise zur Kontrolle tabellarisch aufgelistet, wobei die jeweils angezeigten Matrixelemente auf Wunsch korrigiert werden können.

- Die Eingabe rechter Seiten erfolgt ebenfalls elementweise mit anschließender Kontroll- und Korrekturmöglichkeit.

- Zu jeder Näherungslösung $\tilde{x}$ wird der Defektvektor r := b-A$\tilde{x}$ mit höherer Genauigkeit (etwa 5 byte Mantisse) berechnet und das betragsgrößte Element von r ausgegeben. Danach kann entschieden werden, ob $\tilde{x}$ nachkorrigiert werden soll.

- Die iterative Nachkorrektur wird vom Programm her abgebrochen, wenn sich die letzten beiden Näherungslösungen um weniger als 5E-6 betragsmäßig in den einzelnen Elementen unterscheiden bzw. wenn sich das betragsgrößte Element des Defektvektors nicht mehr verringert.

- Aufgrund der geringen Mantissenlänge (3 byte) der Gleitkommazahlen ist bei Algorithmen der linearen Algebra stets mit Rundungsfehlern auch bei kleinen Dimensionen n zu rechnen. Bei schlecht konditionierten Matrizen (eine Matrix besitzt betragsmäßig sehr große und sehr kleine Eigenwerte) arbeitet die iterative Nachkorrektur u.U. erfolglos, weil die durch den GAUSSschen Algorithmus bestimmte Näherungslösung zu ungenau ist.

- Besitzt die Matrix A betragsmäßig sehr große Elemente, kann während der Rechnung Zahlenbereichsüberlauf (OV-Error) auftreten. In diesem Fall sind A und die rechte(n) Seite(n) b mit einer Diagonalmatrix D derart zu multiplizieren, daß in der Matrix (DA) bzw. (DA^T) dieser Effekt vermieden wird. Theoretisch sind die Aufgaben Ax = b und (DA)x =(Db) bzw. A^Tx = b und (DA^T)x =(Db) äquivalent. Allerdings können bei praktischen Rechnungen differierende Näherungslösungen ermittelt werden, da sich die zu erwartenden Rundungsfehler bei beiden Aufgaben unterschiedlich auswirken werden.

R+LINSYM

Kurzbezeichnung:

Lösen linearer Gleichungssysteme mit symmetrischer Matrix. Berechnung der Determinante und der Eigenwertcharakteristik einer symmetrischen Matrix.

Voraussetzungen:

BASIC-ROM-Modul bzw. ein RAM-Erweiterungsmodul

Inhaltsbeschreibung

Mit dem Programm kann eine numerische Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit einer symmetrischen Matrix $A = A^T$ nach dem Algorithmus von BUNCH und PARLETT (Literaturstelle: BUNCH, J.R.; KAUFMANN, L.; PARLETT, B.N.: Decomposition of a symmetric matrix. Numerische Mathematik, Bd. 27, H.1 (1976), S. 95-109) berechnet werden. Die positive Definitheit der Matrix A (alle Eigenwerte von A sind positive Zahlen) wird hier nicht gefordert.
Nach einmaliger Faktorisierung von A können sukzessive mehrere rechte Seiten b bearbeitet werden, wobei jeweils eine iterative Nachkorrektur der Näherungslösung auf Wunsch angeschlossen werden kann. Darüber hinaus ist es möglich, die Determinante von A und die Anzahl der positiven und die Anzahl der negativen Eigenwerte von A (Eigenwertcharakteristik) zu bestimmen.

Hinweise zur Programmabarbeitung

- Alle Eingaben sind mit dem Drücken der Taste ENTER abzuschließen. Erscheint auf einem Bild rechts unten die Aufforderung >ENTER< , so wird das Programm erst nach der Betätigung der Taste ENTER fortgesetzt.

- Das Programm signalisiert logisch falsche bzw. unsachgemäße Eingaben und erwartet anschließend eine sinnvolle Antwort.

- Nach der Eingabe der Dimension ($n \leq 20$) der Matrix A sind entweder die Elemente der oberen Dreiecksmatrix von A zeilenweise einzugeben. Anschließend wird die eingegebene Dreiecksmatrix tabellarisch aufgelistet, wobei die jeweils angezeigten Matrixelemente auf Wunsch korrigiert werden können.

- Die Eingabe der rechten Seiten erfolgt ebenfalls elementweise mit anschließender Kontroll- und Korrekturmöglichkeit.

- Zu jeder Näherungslösung $\tilde{x}$ wird der Defektvektor r := b-A$\tilde{x}$ mit höherer Genauigkeit (etwa 5 byte Mantisse) berechnet und das betragsgrößte Element von r ausgegeben. Danach kann entschieden werden, ob $\tilde{x}$ nachkorrigiert werden soll.

- Die iterative Nachkorrektur wird vom Programm her abgebrochen, wenn sich die letzten beiden Näherungslösungen um weniger als 5E-6 betragsmäßig in den einzelnen Elementen unterscheiden bzw. wenn sich das betragsgrößte Element des Defektvektors nicht mehr verringert.

- Aufgrund der geringen Mantissenlänge (3 byte) der Gleitkommazahlen ist bei Algorithmen der linearen Algebra stets mit Rundungsfehlern auch bei kleinen Dimensionen n zu rechnen. Bei schlecht konditionierten Matrizen (eine Matrix besitzt betragsmäßig sehr große und sehr kleine Eigenwerte) arbeitet die Nachkorrektur u.U. erfolglos, weil die durch den Algorithmus von BUNCH/PARLETT bestimmte Näherungslösung zu ungenau ist.

- Hat die Matrix A betragsmäßig sehr große Elemente, kann während der Rechnung Zahlenbereichsüberlauf (OV-Error) auftreten. In diesem Fall sind A und die rechte(n) Seite(n) b mit einer Diagonalmatrix D derart zu multiplizieren, daß dieser Effekt in der Matrix (DA) vermieden wird. Theoretisch sind die beiden Aufgaben Ax = b und (DA)x = (Db) äquivalent. Bei praktischen Rechnungen können allerdings differierende Näherungslösungen berechnet werden, da sich die zu erwartenden Rundungsfehler bei beiden Aufgaben unterschiedlich auswirken können.

R+LINREG

Kurzbezeichnung:

Berechnung der Quadratmittellösung von überbestimmten linearen Gleichungssystemen. Lösen linearer Regressionsaufgaben.

Voraussetzungen:

BASIC-ROM-Modul bzw. ein RAM-Erweiterungsmodul

Inhaltsbeschreibung

Mit dem Programm kann eine Quadratmittellösung eines linearen überbestimmten Gleichungssystems Ax = b (A besitzt n Spalten und m ≥ n Zeilen) nach einem implizit realisierten GIVEN-Verfahren (Literatur: STEWART, G.W.: The economical storage of plane rotations. Zeitschrift Numerische Mathematik, Band 25, H. 2 (1976), S. 137-139) berechnet werden.
Dabei können einerseits die (m,n)-Matrix A und der m-dimensionale Vektor b direkt eingegeben werden oder andererseits n Ansatzfunktionen $q_k(t)$, k=1,2,...,n, definiert und m(≥n) Meßpunktpaare (t_j,y_j), j=1,2,...,m eingegeben werden, die durch den funktionalen Zusammenhang

$$y = x_1 * q_1(t) + x_2 * q_2(t) + ... + x_n * q_n(t)$$

approximiert werden sollen. Zur Bestimmung der im Vektor x zusammengefaßten Parameter $x_1,...,x_n$ im Sinne der GAUSSschen Fehlerquadratmethode wird im zweiten Fall die Matrix A und der Vektor b gemäß der Bildungsvorschrift

$$A := \begin{pmatrix} q_1(t_1) & \cdots & q_n(t_1) \\ \vdots & & \\ q_1(t_m) & \cdots & q_n(t_m) \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$$

generiert.

Im Spezialfall m= n ist auf Wunsch eine iterative Nachkorrektur möglich.

Hinweise zur Programmabarbeitung

- Alle Eingaben sind mit dem Drücken der Taste $\boxed{\text{ENTER}}$ abzuschließen. Erscheint auf einem Bild rechts unten die Aufforderung > ENTER <, so wird das Programm erst nach der Betätigung der Taste $\boxed{\text{ENTER}}$ fortgesetzt.

- Das Programm signalisiert logisch falsche bzw. unsachgemäße Eingaben und erwartet anschließend eine sinnvolle Antwort.

- Im Fall der Definition von Ansatzfunktionen $q_k(t)$, k=1,2, ...,n, die selbst von den zu schätzenden Parametern $x_1,...,x_n$ nicht abhängen dürfen, stellt das Programm den EDIT-Modus ein. Zur Definition stehen die Anweisungszeilen 1000 bis 1100 zur Verfügung. Dabei dürfen die Variablen I und J nicht benutzt werden. Als Argument wird die Variable T verwendet, die vom Programm dann nacheinander mit den Meßstellenwerten $t_1,...,t_m$ belegt wird. Der Wert der k-ten Ansatzfunktion $q_k(t)$ an der Stelle T Ist dem k-ten Element Q(k), K=1,...,n zuzuweisen.

  Beispiel: Ausgleichsgerade y= c* t + d, d.h.
  $x_1 = c$, $x_2 = d$, $q_1(t) = t$, $q_2(t) = 1$

  Definition:
  ```
  1000 Q(1) = T
  1010 Q(2) = 1
  ```
  bzw.
  ```
  1000 Q(1) = T : Q(2) = 1
  ```

  Nachdem alle n Ansatzfunktionen entsprechend definiert sind, ist die Taste $\boxed{\text{STOP}}$ zu drücken. Nach dem Erscheinen der Aufforderung “>“ muß zur Programmfortsetzung die Anweisung GOTO 100 eingegeben werden.
  Danach wird die Eingabe der Problemdimensionen n und m erwartet. Das Programm kann dabei nicht überprüfen, ob die eingegebene Dimension n tatsächlich mit der in den Anweisungszeilen 1000 bis 1100 festgelegten Anzahl von Ansatzfunktionen übereinstimmt. Anschließend können die Meßpunktepaare (t_j, y_j), j=1,2,...,m, eingegeben werden. Eine Korrekturmöglichkeit der angezeigten Meßpunktpaare ist jeweils vorgesehen.

- Andererseits ist es möglich, die (m,n)-Matrix A und die rechte Seite b elementweise einzugeben. Nach erfolgter Eingabe werden die einzelnen Elemente tabellarisch aufgelistet, die auf Wunsch jeweils korrigiert werden können. Die sukzessive Abarbeitung mehrerer rechter Seiten ist hier vorgesehen.

- Zu jeder Näherung $\tilde{x}$ für die Quadratmittellösung wird die EUKLIDische Norm $||b-A\tilde{x}||$ des Defektvektors $b-A\tilde{x}$ mit höherer Genauigkeit (etwa 5 byte Mantisse) berechnet und ausgegeben.

- Im Fall m = n ist eine iterative Nachkorrektur der Näherungslösung $\tilde{x}$ möglich. Sie wird vom Programm her abgebrochen, wenn sich die EUKLIDische Norm des Defektvektors von Nachkorrektur zu Nachkorrektur um weniger als 5E-6 verringert.

- Aufgrund der geringen Mantissenlänge (3 byte) der Gleitkommazahlen ist mit dem Einfluß von Rundungsfehlern auf das Resultat zu rechnen.

- Besitzt die Matrix A betragsmäßig sehr große Elemente, kann während der Rechnung Zahlenbereichsüberlauf (OV-Error) auftreten. In dem Fall sind A und b zu skalieren bzw. zu wichten.

- Ein Fehler bei der Abarbeitung der vom Anwender definierten Ansatzfunktionen in den Programmzeilen 1000 bis 1100 führt zum Programmabbruch. Dabei können folgende Fehler auftreten:

  • OV - Error (Maßnahme: Ansatzfunktionen skalieren bzw. wichten)
  • /0 - Error (Maßnahme: Ansatzfunktionen korrigieren)
  • SN - Error (Maßnahme: Ansatzfunktionen korrigieren).

III-4-9-H,700-0,8 Jt 3167-85